A propos du nombre d'or

Origine du nombre d'or

Ce nombre est probablement apparu dans l'étude des proportions.
Une proportion est le rapport de deux nombres a et b sous la forme a/b que l'on compare au rapport de deux autres nombres c et d sous la forme c/d. On écrit a/b = c/d .
Connaissant a, b, c on déduit d ou connaissant a, b, d on déduit c. C'est “la règle de trois”.

Des mathématiciens anciens, très anciens se sont posés la question : donnons à c et d des valeurs particulières : posons, en imposant a > b, **a/b = (a +b)/a** . (il est évident que a + b est supérieur à a, donc que a est bien supérieur à b).
On écrit alors a = b.x ou a/b = x avec x > 1 .
La relation a/b = (a +b)/a sécrit : x = 1 + 1/x

On garde : **x = 1 + 1/x**

On peut changer la forme en multipliant l'égalité par x (nombre positif) soit $x^2 = x + 1$ ou encore :

$$\mathbf{x^2 - x - 1 = 0}$$

équation du second degré dont les solutions sont calculables et sont :
$x_1 = (1 + \sqrt{5})/2$ et $x_2 = (1-\sqrt{5})/2$. x_2 est négatif donc sans intéret et $x_1 = 1,618...$ avec plein de décimales.
Ce nombre est la solution cherchée et on écrit pour les études suivantes la solution $x_1 = \Phi$
Maintenant on écrit : $\Phi = 1 + 1/\Phi$
ou $\Phi^2 = \Phi + 1$

Plus tard, (dans les temps encore très anciens) d'autres mathématiciens formaient des suites de nombres avec des règles variables, plus ou moins compliquées.
Par exemple en partant de 1 on continue avec 2, (c'est simple) et ensuite on choisit : la somme des deux derniers de la suite .
On a alors : 1 2 3 5 8 13 ...

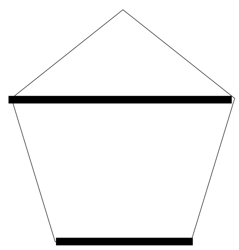
On peut aussi faire 1, 2 ensuite les puissances de 2 ce qui donne
1 2 4 8 16 32 ...
Les deux suites sont distinctes l'une de l'autre.

Avec Φ on a avec la première suite	1	Φ	$(1+ \Phi)$	$\Phi +1+ \Phi$	$\Phi^2 + \Phi^3$
soit :	1	Φ	$= \Phi^2$	$= \Phi^3$	$= \Phi^4$

qui peut se transformer car $\Phi^2 = \Phi + 1$ et $\Phi^3 = \Phi^2 + \Phi$ etc...
ce qui est exactement la deuxième suite décrite.
Pour tous les nombres ces deux suites sont différentes pour Φ les deux sont égales . Φ est donc un nombre particulier.

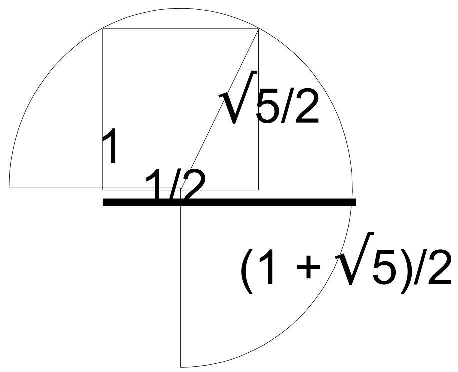
Si Φ a des propriétés pariculières avec les nombres, il intervient dans de nombreuses figures géométriques. Celles-ci ont été utilisées dans de nombreux dessins, dans de nombreuses architectures basiques ou gigantesques: de la géométrie de sculptures planes jusqu'à la pyramide de Keops !

Une illustration simple (non démontée ici) : un côté et une diagonale d'un pentagone sont dans le rapport du nombre d'or.



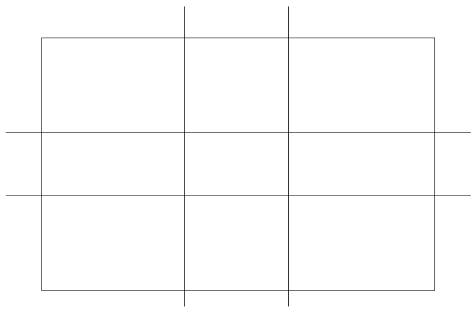
Construction géométrique simple du nombre d'or.

Pour nous, si nous voulons une représentation approchée nous pouvons utiliser les valeurs approchées : $\Phi = 1{,}62$
une construction exacte géométriquement est la suivante :
A partir d'un carré de côté 1 on trace le segment reliant le milieu d'un côté à un autre sommet du carré. On trace l'arc de cercle de valeur $\sqrt{5}/2$ et le segment représenté en gras à la longueur exacte cherchée.



Sur une feuille d'aquarelle

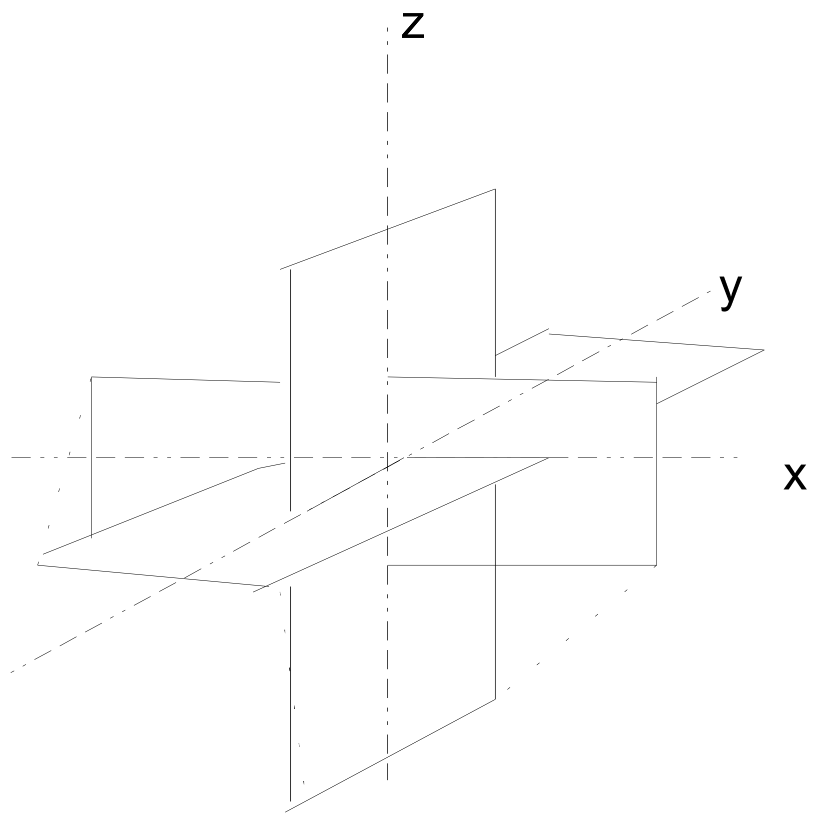
Pour positionner le nombre d'or sur un papier d'aquarelle de format quelconque , on opère de la façon suivante avec la valeur proposée : 0,62 :
soit a la longueur d'un côté de la feuille. On a $\Phi^2 = \Phi + 1$ ou $1 = 1/\Phi + 1/\Phi^2$
et on écrit : $a1 = a(1/\Phi + 1/\Phi^2)$ $a = ax0{,}62 + ax0{,}38$ (x = multiplié par)
On a la position du point sensible. On peut noter que les deux valeurs 0,62 et 0,38 sont dans le rapport Φ. Le nombre d'or est bien là.
En traçant deux fois, deux droites perpendiculaires aux côtés, on obtient aux intersections les quatre points particuliers de la feuille, rattachés à Φ.



Bien d'autres propriétés géométriques peuvent être décrites.

L'une d'elles utilise le rectangle d'or rectangle dont les côtés sont dans le rapport Φ.

On associe trois rectangles comme sur la figure.



On obtient une structure à 12 sommets. Chaque sommet a 5 plus proches voisins équidistants. On peut relier chaque plus proches voisins et on construit ainsi un polyèdre à 20 faces. C'est un icosaèdre régulier.
L'icosaèdre régulier est l'un des cinq polyèdes Platoniciens (le tétraèdre, l'héxaèdre (le carré), l'octèdre, le dodécaèdre et l'icosaèdre).

Si on coupe chaque sommet au tiers des segments reliant les sommets proches , on obtient une figure semi régulière appelée icosaèdre tronqué (les segments sont égaux mais le système a des faces différentes, 20 faces héxagonales et 12 faces pentagonales : c'est la forme d'un ballon de football.

Annexe

Alors que l'homme connaît le graphite et le diamant, composés chimiques du carbone depuis des temps immémoriaux, la découverte récente d'une troisième forme de carbone, à la fin du XX^{e} siècle a de quoi surprendre. D'autant que cette molécule était à notre portée depuis toujours puisqu'elle se forme dans la suie des flammes : nombreux sont ceux qui l'ont fabriquée, y compris nos lointains ancêtres. Bien que cette molécule ait été mentionnée dans la littérature spécialisée depuis les années "60", ce concept restait entièrement théorique. En 1985, les expériences, initialement conçues pour interpréter la chimie du carbone dans les étoiles Géantes Rouges, conduisirent à détecter à chaque fois l'existence d'agrégats et à penser à l'existence d'une molécule de 60 atomes de carbone. L'existence en fut démontrée par la synthèse en utilisant un arc électrique entre deux électrodes de graphite en milieu privé d'oxygène.